

Punt mig

(punt mig i punt simètric)

$$M \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2} \right)$$

Producte escalar

(angle entre dos vectors)

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}| \cdot \cos \alpha$$

*Si són perpendiculars val 0.

Producte vectorial

(vector perpendicular a uns altres dos)

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

*El mòdul és l'àrea del paral·lelogram.

*Dividit per 2 és àrea del triangle.

Producte mixt

(mòdul = volum del paral·lelepípede)

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$$

*Dividit per 6 és volum de la piràmide.

Proporcionalitat

(posició relativa entre dos plans)

$$\boxed{\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}}$$

*Sense la D serveix per rectes (vector director).

Mòdul

(distància que separa dos punts)

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

Determinant (amb punt i vectors)

(equació general del pla)

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & u_1 & v_1 \\ y - y_0 & u_2 & v_2 \\ z - z_0 & u_3 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

Distància d'un punt a un pla

(també entre pla i quelcom paral·lel)

$$d(P, \pi) = \frac{|A \cdot p_1 + B \cdot p_2 + C \cdot p_3 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Distància d'un punt a una recta

(o bé: pla perpendicular, intersecc...)

$$d(P, r) = \frac{|\overrightarrow{QP} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

Distància entre rectes

(o bé: producte vectorial, plans, inter...)

$$d(r, r') = \frac{|[\overrightarrow{AA'}, \vec{v}, \vec{v}']|}{|\vec{v} \times \vec{v}'|}$$

Paral·lel: podem aprofitar el mateix vector director.

Perpendicular: el vector director de la recta és el normal (A, B, C) del pla.

Conté: podem aprofitar el vector i el punt.

Trobar un punt:

Intersecció de dues rectes

Intersecció de recta i pla

Intersecció de tres plans

Punt mig

Projecció ortogonal

Punt simètric

Trobar un vector:

A partir de dos punts

Amb una recta paral·lela

Amb un pla perpendicular

Perpendicular a dos vectors

Trobar un pla:

Amb un punt i dos vectors

Amb recta perpendicular

Trobar una recta:

Amb un punt i un vector

Intersecció de dos plans

Equacions de la RECTA

Equació vectorial
(un punt i un vector)

$$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + k \cdot (v_1, v_2, v_3)$$

Equacions paramètriques
(punt genèric)

$$\begin{cases} x = a_1 + k \cdot v_1 \\ y = a_2 + k \cdot v_2 \\ z = a_3 + k \cdot v_3 \end{cases}$$

Equacions contínues

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} = \frac{z - a_3}{v_3}$$

Equacions implícites
(interseccions)

$$\left. \begin{aligned} Ax + By + Cz + D &= 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Equacions del PLA

Equació vectorial
(un punt i dos vectors)

$$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + \lambda \cdot (v_1, v_2, v_3) + \mu \cdot (w_1, w_2, w_3)$$

Equacions paramètriques
(punt genèric)

$$\begin{cases} x = a_1 + \lambda \cdot v_1 + \mu \cdot w_1 \\ y = a_2 + \lambda \cdot v_2 + \mu \cdot w_2 \\ z = a_3 + \lambda \cdot v_3 + \mu \cdot w_3 \end{cases}$$

Equació implícita
(interseccions i perpendiculars)

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

*El vector $\vec{v} = (A, B, C)$ és perpendicular.

Projecció ortogonal d'un punt:

En un pla: recta perpendicular, intersecció.

En una recta: pla perpendicular, intersecció.

Punt simètric:

A un altre punt: punt mig (aïllant b).

A un pla o una recta: projecció ortogonal, punt mig (aïllant b).

Posició relativa:

Punts alineats: recta amb dos punts, substituir el tercer.

Punts coplanaris: pla amb tres punts, substituir el quart.

Entre dos plans: proporcionalitat.

Entre rectes o recta i pla: matriu i rangs:

Rang M	Rang M'	Sistema	recta i pla	dues rectes	tres plans
3	3	SCD	secants	secants	secants
2	2	SCI-1GdLL	continguda	coincidentes	recta en comú
1	1	SCI-2GdLL	-	-	coincidentes
3	4	SI	-	es creuen	-
2	3	SI	paral·lels	paral·lels	hi ha secants
1	2	SI	-	-	hi ha paral·lels

