

EQUACIONS EXPONENCIALS I LOGARÍTIQUES

Exponencials

Mirem quin tipus d'equació exponencial tenim a davant, i seguim els passos que toquin en cada cas.

TIPUS 0

Bases iguals

$$2^{x+1} = 2^5$$

Ignorem les bases i ens quedem els exponents.

$$\begin{aligned} x + 1 &= 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

TIPUS 1

Potències del mateix número

$$2^{x+1} = 32$$

Factoritzem per què sigui de **Tipus 0**.

$$\begin{aligned} 2^{x+1} &= 2^5 \\ \rightarrow \text{tipus 0} \end{aligned}$$

TIPUS 2

$$2^2 \cdot 2^{x-1} = 16$$

Ajuntem els exponents per què sigui de **Tipus 1**.

TIPUS 3

$$2^{x+1} + 2^{x+2} = 24$$

Separem els exponents i fem un canvi de variable.

...també es pot fer sense canvi de variable (traient factor comú), però és més incòmode.

$$2^x = t$$

TIPUS 4

$$2^{2x+1} - 5 \cdot 2^{x+1} + 2^3 = 0$$

Separem els exponents i fem un canvi de variable.

Ens quedarà de l'estil d'una biquadrada.

Pot ser que primer haguem de factoritzar algun dels números que porten x.

$$2^x = t$$

$$2^{2x} = t^2$$

TIPUS 5

$$2^x = 7$$

Posem logaritmes als dos costats per baixar la x.

Aquests, com que no són exactes, tindran respostes ben lletges.

Pot ser logaritme de qualsevol tipus, sempre i quan sigui el mateix tipus als dos costats de l'equació.

Logarítmiques

Opció 1: separem els logaritmes de les coses que no en tenen. Agrupem els logs i fem un cargol.

$$\log \square = \triangle$$

$$\square^\triangle = \square$$

Opció 2: convertim en logaritmes els números que no ho són. Agrupem a cada banda i eliminem logs.

$$\log \square = \log \triangle$$

$$\square = \triangle$$

Per convertir els números normals en logaritmes:

$$A = \log_B B^A$$

$$\log A + \log B = \log(AB)$$

$$\log A - \log B = \log \frac{A}{B}$$

$$A \log B = \log B^A$$

Multiplicacions i divisions

$$2^{2+x-1} = 16$$

$$\rightarrow \text{tipus 1}$$

Sumes i restes: exponents x iguals

$$2^x \cdot 2^1 + 2^x \cdot 2^2 = 24$$

$$2 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 24$$

$$2t + 4t = 24$$

$$6t = 24$$

$$t = 4$$

$$2^x = 4$$

$$\rightarrow \text{tipus 1}$$

Sumes i restes: exponents x diferents

$$2^{2x} \cdot 2^1 - 5 \cdot 2^x \cdot 2^1 + 2^3 = 0$$

$$2 \cdot 2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$2t^2 - 10t + 8 = 0$$

$$t = 4 \quad t = 1$$

$$2^x = 4 \quad 2^x = 1$$

$$\rightarrow \text{tipus 1}$$

Res a veure un costat amb l'altre

$$\ln 2^x = \ln 7$$

$$x \ln 2 = \ln 7$$

$$x = \frac{\ln 7}{\ln 2}$$

$$x = 2.807 \dots$$